

現代制御理論に基づくクレーン制御システムの制御器設計

中村政俊*・渡辺一重**

Controller Design based on Modern Control Theory for Crane Control System

Masatoshi NAKAMURA*, Kazushige WATANABE**

This paper investigates a method for designing a controller for crane control system. The structure of the controller based on modern control theory is more complex than that of PID controller. If we express the controller as a mirror image of the actual system, we can clarify the structure of the digital controller. The procedure for designing the controller is summarized in the following five steps: (i) statement of the control objective, (ii) modeling of the controlled object, (iii) application of control theory to the model, (iv) characterization of the detector part and the actuator part, and (v) construction of the controller. According to this procedure, we describes in detail the controller construction for crane control system. We obtained satisfactory experimental results by using the controller based on modern control theory. This procedure may be applied widely to other mechanical control systems and thermal-flow control systems.

Key Words ; controller design, crane control system, modern control theory

1. まえがき

クレーンは、工場や建築現場や港湾などの荷役には不可欠であり、通常その運転は操縦者の経験や勘に頼った技能に負うことが多い。このようになりの熟練した技能を必要とするクレーンの運転が自動で行えれば、安全性や作業効率の向上の点から得るところが大きい。これまで、クレーンの自動運転を目的とした吊荷の振れ止め制御の研究が、数多く試みられて来た。それら吊荷の振れ止め制御の研究で取り上げられた制御対象は、一般的な天井走行クレーン¹⁾²⁾、ロープの巻き上げを考慮した可変ロープ長クレーン³⁾⁴⁾、クレーン車のような旋回型のクレーン⁵⁾⁶⁾⁷⁾など多様である。また、制御方法もオープンループ方式²⁾⁴⁾⁶⁾とクローズドループ方式¹⁾³⁾⁵⁾⁷⁾、アナログ方式⁶⁾とデジタル方式¹⁾²⁾⁷⁾、オンオフ制御⁶⁾から最適制御²⁾³⁾⁴⁾⁵⁾⁷⁾と言った数多くの方法が採られている。これらの研究報告の多くは、制御理論と制御結果に関しては詳しく検討してい

るが、駆動部、検出部までを含んだ制御系全体の設計法に関しては余り言及していない。その制御系設計は、必ずしも普遍的な設計法として整理されていないようである。

本論文では、天井走行クレーンを模擬して製作した振り長一定の振り静止装置を用いて、振り振れ止め制御の制御系設計法を述べる。複雑な制御器を装置の鏡に映った虚像のような捉え方⁸⁾をすることにより、制御器の構造が明確になり、制御系の設計方法が整理される。この設計手順に従って振り振れ止めの制御器を設計し、製作した制御器を用いて振り静止装置の振り振れ止め制御の実験を行ったところ、良好な制御性能が得られた。この制御器設計法は、クレーンの振れ止め制御に限らず、広くメカニカルシステム制御や熱流量システム制御の制御器設計に、幅広く応用されるものと思われる。

論文の構成は、2章では現代制御理論に基づく複雑な構造を有する制御器の系統的設計法を述べ、3章以降では、この設計法に従ったクレーンの振れ止め制御の制御器の設計を詳説する。つまり3章では制御対象

* 佐賀大学理工学部電気工学教室

** 佐賀大学工学研究科電気工学専攻

と等価な数式モデルの構成を行い、4章ではクレーンの振れ止めを達成させる操作量を生み出すための制御理論に言及し、5章では駆動装置の特性把握と検出装置の特性把握を行う。このようにして設計した制御器によるクレーン振れ止め実験とその結果の検討を6章で述べる。なお制御器の計算機プログラムは付録に示す。

2. 制御目的と設計手順

制御実験の目的を明確にしたあと、振子振れ止め制御に用いる装置の構造について簡単に述べる。つぎにその制御目的を達成するための制御器の設計手順を示す。

2.1 制御目的

制御系の設計は、制御目的を明確にすることから始める。本研究の制御目的は、『台車を目標位置に移動させたときに、その目標位置で振子の振れをうまく静止させること』である。

2.2 装置の構成

製作した振子静止装置を図1に示す。制御対象である振子の棒は一端におもりが取り付けられており、片方の端は台車に固定されたポテンシオメータの軸に取り付けられ、一次元方向に自由に振れる。台車は、チェーンによって駆動装置からの力が伝わり、左右一次元方向に自由に動く。駆動装置は、DCサーボモータを介してチェーンによって台車を動かす。検出器は、振子の振れ角度と台車の位置をそれぞれのポテンシオメータの電圧信号として取り出す。いまから設計する制御器は、すべての機能がコンピュータで行われ、A/

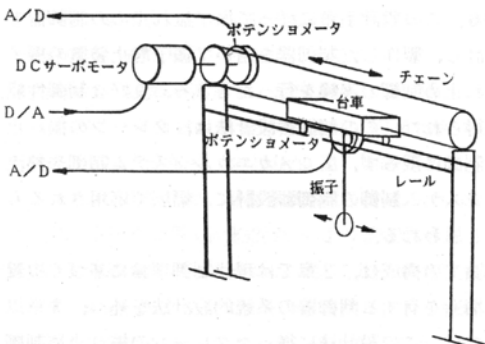


図1 振子静止装置の概略

D, D/A 変換器を介して、振子静止装置と接続される。本研究では、コンピュータとしてはパソコン NEC・PC-9801・Vm2 を使用する。

2.3 制御器の設計手順

図2に振子振れ止め制御系を示す。右半分は2.2節で説明した振子静止装置で、左半分は制御器を表す。装置と制御器は、A/D, D/A 変換器をはさんで対称の構成になっており、両者は実体と鏡に映っている虚像のような関係にある。このように制御器を実体である検出器、制御対象、駆動装置の三つの部分それぞれに対する虚像の検出復元特性、制御理論、駆動復元特性の三つの部分の直列結合として捉えると、制御系の構造が明らかとなり、制御器の設計手順が整理できる⁸⁾。この設計思想に従って、制御目的を達成する振子振れ止め制御の制御器の設計手順は以下のように整理される。

(a) 制御対象の把握

ラグランジェ運動方程式に従って制御対象を表す数式モデルを作り、この数式モデル中の物理量を全て計測する。

(b) 制御理論の適用

実体の制御対象に対する虚像の部分には制御理論がある。制御対象の数式モデルが制御目的に合った動きをするような操作量 U を生み出すための制御理論を採用する。制御理論の中の制御パラメータに関しては、制御対象を表す数式モデルと制御理論を組み合わせた計算機シミュレーションを行い、数式モデルの振る舞いが制御目的を満足するようなパラメータの値を選ぶ。

(c) 駆動復元特性と検出復元特性

駆動装置の入力 V_u^* と検出器の出力 V_y^* は、共に電圧信号である。制御対象の入出力 ($U^* \cdot Y^*$) と制御理論の入出力 ($U \cdot Y$) をこれらの電圧信号を介して結合させる必要がある。駆動復元特性は、駆動装置の特性を把握したあと駆動装置の出力 U^* と制御理論の出力 U と

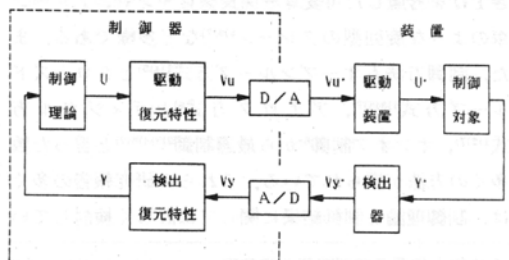


図2 振子振れ止め制御系の概略

が一致するように U と V_u の関係を表したものである。つまり、駆動復元特性($U \cdot V_u$)は、駆動装置の特性($V_u \cdot U^*$)の逆関数になる。

同様に検出復元特性は検出器の特性を把握したあと、検出器の入力 Y^* と制御理論の入力 Y とが一致するように V_y と Y の関係を表したもので、検出復元特性($V_y \cdot Y$)は検出器の特性($Y^* \cdot V_y^*$)の逆関数になる。

(d) 制御器の製作

制御器は、検出復元特性、制御理論、駆動復元特性の直列結合によって構成される。(b)の段階で行った計算機シミュレーションのプログラムから、制御対象を表す数式モデルの部分を取り除いて、代わりに(c)で得られた検出復元特性と駆動復元特性を加え、三つの部分の直列結合をプログラム上で完成させることにより、制御器が製作される。

以上の設計手順に従った振り止め制御の制御器の設計内容を(a)に関しては3章で、(b)に関しては4章で、(c)に関しては5章で詳しく述べる。(d)に関しては、計算機プログラムを付録に示す。

3. 制御対象の把握

現代制御理論に基づく制御器の設計においては、制御対象と等価な数式モデルを構成し、その数式モデルが制御目的に合った振る舞いをするような制御理論を適用する。したがって、制御対象と等価な数式モデルを構成することから始める。まず、ラグランジェ運動方程式に従って制御対象を表す運動方程式を立て、それを状態空間表示して数式モデルをつくる。つぎに数式モデル中に含まれる全ての物理量を計測する。

3.1 制御対象の運動方程式

ラグランジェ運動方程式を用いて、図3に示す制御対象である台車と振子の運動方程式を解析的に導出する。 θ は振子の振れ角度、 r は台車の位置、 m' は棒の質量、 m'' はおもりの質量、 M は台車の換算質量(3.3節参照)、 l は振子の固定端からおもりの中心までの距離、 U は台車に加わる力(制御対象の入力 U^* は、数式モデル中では U と表す)、 g は重力加速度である。

振子の質量 m は

$$m = m' + m'' \quad (1)$$

で表され、振子の固定端から振子の重心までの距離は

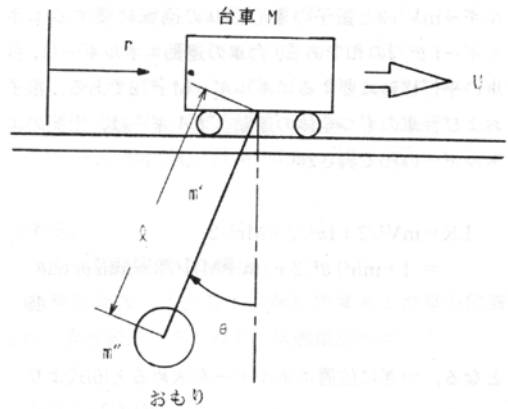


図3 台車と振りに関する運動方程式

$$h = (m' l / 2 + m'' l) / (m' + m'') \quad (2)$$

で表される。振子の重心回りの慣性モーメントは

$$I = m' l^2 / 3 - 2m' l h + m'' l^2 - m' l h + m h^2 \quad (3)$$

で表され、振子の固定軸回りの慣性モーメントは

$$J = I + m h^2 \quad (4)$$

で表される。

(a) エネルギー方程式の導出

振子の重心の位置を座標で表すと

$$X_g = r + h \sin \theta \quad (X \text{座標}), \quad (5)$$

$$Y_g = -h \cos \theta \quad (Y \text{座標}) \quad (6)$$

となり、その速度は(5)、(6)式を時間微分して

$$\dot{X}_g = \dot{r} + h \dot{\theta} \cos \theta \quad (X \text{成分}), \quad (7)$$

$$\dot{Y}_g = h \dot{\theta} \sin \theta \quad (Y \text{成分}) \quad (8)$$

となる。その速度の大きさの2乗は(7)、(8)式より

$$V^2 = \dot{X}_g^2 + \dot{Y}_g^2 = \dot{r}^2 + 2h\dot{r}\dot{\theta} \cos \theta + h^2 \dot{\theta}^2 \quad (9)$$

となる。

運動エネルギーを求めることから始める。振子の運動エネルギーは、振子の重心の平行移動に要するエネ

ルギー $mV^2/2$ と振子の重心回りの回転に要するエネルギー $I\dot{\theta}^2/2$ の和である。台車の運動エネルギーは、台車の平行移動に要するエネルギー $M\dot{r}^2/2$ である。振りおよび台車のもつ全体の運動エネルギーは、上記のエネルギーの和で表され

$$\begin{aligned} LK &= mV^2/2 + I\dot{\theta}^2/2 + M\dot{r}^2/2 \\ &= (I + mh^2)\dot{\theta}^2/2 + (m+M)\dot{r}^2/2 + mhr\dot{\theta}\cos\theta \end{aligned} \quad (10)$$

となる。つぎに位置エネルギーを求めると(6)式より

$$LU = -mgh\cos\theta \quad (11)$$

となる。また、振子の固定軸および台車の粘性摩擦係数をそれぞれ D_θ 、 D_r で表し、固体摩擦を無視すると装置の損失エネルギーは

$$D = D_\theta \cdot \dot{\theta}^2/2 + D_r \cdot \dot{r}^2/2 \quad (12)$$

となる。以上で装置の全エネルギーが定まった。

(b) 運動方程式の導出

エネルギー方程式(10)、(11)式よりラグランジアンを計算すると

$$\begin{aligned} L &= LK - LU \\ &= (I + mh^2)\dot{\theta}^2/2 + (m+M)\dot{r}^2/2 + mhr\dot{\theta}\cos\theta \\ &\quad + mgh\cos\theta \end{aligned} \quad (13)$$

となり、このラグランジアン L と(12)式の損失エネルギー D をラグランジェ運動方程式⁹⁾

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}} = 0, \quad (14)$$

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} - \frac{\partial L}{\partial r} + \frac{\partial D}{\partial \dot{r}} = U \quad (15)$$

に代入して、これら(14)、(15)式を解くと

$$(I + mh^2)\ddot{\theta} + mh\cos\theta\dot{r} + mgh\sin\theta + D_\theta \cdot \dot{\theta} = 0, \quad (16)$$

$$mh\cos\theta\ddot{\theta} + (m+M)\ddot{r} - mh\sin\theta\dot{\theta}^2 + D_r \cdot \dot{r} = U \quad (17)$$

なる非線形の運動方程式が得られる。

(c) 運動方程式の線形近似

(16)、(17)式の小振幅運動方程式をテイラー展開の1次までの項で近似すると

$$\ddot{\theta} = (m+M)mhgP\dot{\theta} + (m+M)D_\theta \cdot \dot{\theta} - mhD_r \cdot \dot{r} + mhPU, \quad (18)$$

$$\ddot{r} = -m^2h^2gP\dot{\theta} - mhD_\theta \cdot \dot{\theta} + JD_r \cdot \dot{r} - JPU \quad (19)$$

なる線形運動方程式を得る。ただし、 $P=1/(m^2h^2-(m+M)J)$ である。

3.2 状態空間表示

振り静止装置の台車と振りに関する線形運動方程式(18)、(19)式を状態空間表示する。

(a) 状態方程式の導出

状態変数を

$$X = [\theta, \dot{\theta}, r, \dot{r}]^T \quad (20)$$

に選び、これを用いて(18)、(19)式を状態空間表示すると¹⁰⁾

$$\begin{aligned} \dot{X} &= A^*X + B^*U \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21}^* & a_{22}^* & 0 & a_{24}^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{41}^* & a_{42}^* & 0 & a_{44}^* \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ b_2^* \\ 0 \\ b_4^* \end{bmatrix} U \end{aligned} \quad (21)$$

なる線形状態方程式を得る。ただし、行列の各要素の内容は、 $a_{21}^*=(m+M)mhgP$ 、 $a_{22}^*=(m+M)D_\theta P$ 、 $a_{24}^*=-mhD_rP$ 、 $a_{41}^*=-m^2h^2gP$ 、 $a_{42}^*=-mhD_\theta P$ 、 $a_{44}^*=JD_rP$ 、 $b_2^*=mhP$ 、 $b_4^*=-JP$ である。

(b) 状態方程式の離散化

連続時間系の(21)式を離散時間系に変換する。摩擦の項を含んだままの離散化は計算が複雑になるが、本装置の場合、台車の粘性摩擦が台車の換算質量に比べて著しく小さく、無視しても制御性能に大した変化はないと考えられる。よって、ここでは台車の粘性摩擦 D_r は無視する。

台車の粘性摩擦 D_r の部分を0とおいて、(21)式の厳密な離散化を行うと¹⁰⁾

$$X(k+1) = AX(k) + BU(k)$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & 1 & T \\ a_{41} & a_{42} & 0 & 1 \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} U(k) \quad (22)$$

の線形状態遷移式を得る。ただし、 T はサンプル間隔で、 $z = a_{22}^*/2$ 、 $\Delta = a_{21}^* + a_{22}^*/4$ なる記号を用いると、行列の各要素の内容は

$$a_{11} = e^{zT} \cosh \sqrt{\Delta} T - a_{22}^* e^{zT} \sinh \sqrt{\Delta} T / 2\sqrt{\Delta},$$

$$a_{12} = e^{zT} \sinh \sqrt{\Delta} T / \sqrt{\Delta},$$

$$a_{21} = a_{21}^* e^{zT} \sinh \sqrt{\Delta} T / \sqrt{\Delta},$$

$$a_{22} = e^{zT} \cosh \sqrt{\Delta} T + a_{22}^* e^{zT} \sinh \sqrt{\Delta} T / 2\sqrt{\Delta},$$

$$a_{31} = (-a_{22}^{*2} a_{41}^* / a_{21}^{*2} + a_{22}^* a_{42}^* / a_{21}^* - a_{41}^* / a_{21}^*)$$

$$+ (a_{22}^* a_{41}^* / a_{21}^* - a_{42}^*) T - (-a_{22}^{*2} a_{41}^* / a_{21}^{*2}$$

$$+ a_{22}^* a_{42}^* / a_{21}^* - a_{41}^* / a_{21}^*) e^{zT} \cosh \sqrt{\Delta} T$$

$$+ \{ a_{22}^* (-a_{22}^{*2} a_{41}^* / a_{21}^{*2} + a_{22}^* a_{42}^* / a_{21}^*$$

$$- a_{41}^* / a_{21}^*) / 2 + (-a_{22}^{*3} a_{41}^* / a_{21}^{*2} + a_{22}^{*2} a_{42}^*$$

$$/ a_{21}^* - 2a_{22}^* a_{41}^* / a_{21}^* + a_{42}^*) \} e^{zT} \sinh \sqrt{\Delta} T$$

$$/ \sqrt{\Delta},$$

$$a_{32} = (a_{22}^* a_{41}^* / a_{21}^{*2} - a_{42}^* / a_{21}^*) - (a_{41}^* / a_{21}^*) T$$

$$+ (-a_{22}^{*2} a_{41}^* / a_{21}^{*2} + a_{42}^* / a_{21}^*) e^{zT} \cosh \sqrt{\Delta} T$$

$$+ \{ a_{22}^* (-a_{22}^{*2} a_{41}^* / a_{21}^{*2} + a_{42}^* / a_{21}^*) / 2$$

$$+ (a_{22}^{*2} a_{41}^* / a_{21}^{*2} - a_{22}^* a_{42}^* / a_{21}^* + a_{41}^*$$

$$/ a_{21}^*) \} e^{zT} \sinh \sqrt{\Delta} T / \sqrt{\Delta},$$

$$a_{41} = (a_{22}^* a_{41}^* / a_{21}^* - a_{42}^*) + (-a_{22}^{*2} a_{41}^* / a_{21}^{*2}$$

$$+ a_{42}^*) e^{zT} \cosh \sqrt{\Delta} T + \{ a_{22}^* (-a_{22}^{*2} a_{41}^* / a_{21}^{*2}$$

$$+ a_{42}^*) / 2 + (a_{41}^* + a_{22}^* a_{41}^* / a_{21}^*$$

$$- a_{22}^{*2} a_{42}^*) \} e^{zT} \sinh \sqrt{\Delta} T / \sqrt{\Delta},$$

$$a_{42} = (-a_{41}^* / a_{21}^*) + (a_{41}^* / a_{21}^*) e^{zT} \cosh \sqrt{\Delta} T$$

$$+ (a_{22}^* a_{41}^* / 2a_{21}^{*2} + (a_{42}^* - a_{22}^* a_{41}^*$$

$$/ a_{21}^*) \} e^{zT} \sinh \sqrt{\Delta} T / \sqrt{\Delta},$$

$$b_1 = (-b_2^* / a_{21}^*) + (b_2^* / a_{21}^*) e^{zT} \cosh \sqrt{\Delta} T$$

$$+ (a_{22}^* b_2^* / 2a_{21}^* - a_{22}^* b_2^* / a_{21}^*) e^{zT} \sinh \sqrt{\Delta} T$$

$$/ \sqrt{\Delta},$$

$$b_2 = b_2^* e^{zT} \sinh \sqrt{\Delta} T / \sqrt{\Delta},$$

$$b_3 = (-a_{41}^* b_2^* / a_{21}^{*2} - a_{22}^{*2} a_{41}^* b_2^* / a_{21}^{*3}$$

$$- a_{22}^* a_{42}^* b_2^* / a_{21}^{*2}) e^{zT} \cosh \sqrt{\Delta} T$$

$$+ \{ (-2a_{22}^* a_{41}^* b_2^* / a_{21}^{*2} - a_{22}^{*3} a_{41}^* b_2^* / a_{21}^{*3}$$

$$+ a_{22}^{*2} a_{42}^* b_2^* / a_{21}^{*2} + a_{42}^* b_2^* / a_{21}^*)$$

$$+ a_{22}^* (a_{41}^* b_2^* / a_{21}^{*2} + a_{22}^{*2} a_{41}^* b_2^* / a_{21}^{*3}$$

$$+ a_{22}^* a_{42}^* b_2^* / a_{21}^{*2}) / 2 \} e^{zT} \sinh \sqrt{\Delta} T / \sqrt{\Delta},$$

$$b_4 = (a_{22}^* a_{41}^* b_2^* / a_{21}^{*2} - a_{42}^* b_2^* / a_{21}^*)$$

$$+ (-a_{41}^* b_2^* / a_{21}^* + b_4^*) T + (-a_{22}^* a_{41}^* b_2^*$$

$$/ a_{21}^{*2} - a_{42}^* b_2^* / a_{21}^*) e^{zT} \cosh \sqrt{\Delta} T$$

$$+ \{ a_{22}^* (-a_{22}^{*2} a_{41}^* b_2^* / a_{21}^{*2} - a_{42}^* b_2^* / a_{21}^*) / 2$$

$$+ (a_{22}^{*2} a_{41}^* b_2^* / a_{21}^{*2} - a_{22}^* a_{42}^* b_2^* / a_{21}^*$$

$$+ a_{41}^* b_2^* / a_{21}^*) \} e^{zT} \sinh \sqrt{\Delta} T / \sqrt{\Delta}$$

である。

(c) 状態観測式の導出

状態変数 X のうち振子の振れ角度 θ と台車の位置 r が、直接観測できるので、状態観測式は

$$Y(k) = CX(k)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} X(k) \quad (23)$$

で表現される。ここで、制御対象の出力 Y^* は数式モデル中では記号 Y で表す。

3.3 数式モデル中の物理量

(22)式の状態遷移式中に含まれる物理量は、全て計測して値を定める必要がある。表1に計測した物理量の値を示す。しかし、台車駆動時には台車の質量とは異なる質量がモータにかかる。そこで、換算質量の測定法について検討する。また、振子の粘性摩擦係数は直接計測できないので、その導出法についても検討する。

(a) 台車の換算質量の測定

台車駆動時には、モータに台車自身の質量とは異なり、ギヤやモータの摩擦などを含む質量がかかるので、モータが台車を駆動する力は、モータにかかる質量に台車の加速度をかけたものである。このモータにかか

表1 制御対象の物理量の計測値

物 理 量		値
棒の質量	m' [kg]	0.0187
おもりの質量	m'' [kg]	0.1113
振子の総質量	m [kg]	0.13
台車の換算質量値	M [kg]	7.0
棒の長さ	ℓ [m]	0.359
振子の重心の距離	h [m]	0.33318
振子の固定軸回りの慣性モーメント	J [kg m ²]	0.0151478
重力加速度	g [m/sec ²]	9.8
振子の粘性摩擦係数	D_θ [Nsec/red]	0.0007715
台車の粘性摩擦係数	D_r [Nsec/m]	0

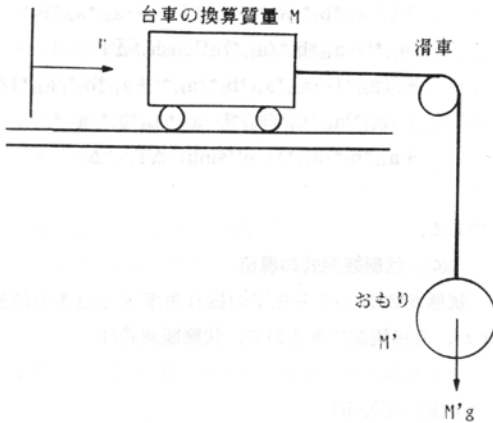


図4 台車の換算質量の測定法

る質量を台車の換算質量と呼び、(22)式中の行列 A, B の各要素に含まれる物理量 M は台車の換算質量である。以下、台車の換算質量の測定法を検討する。

台車から振子を取り除いて、図4に示すように台車に滑車を介しておもりを取り付け、そのおもりの重さで台車を動かしその位置と時間の関係を観測する。台車の換算質量を M, おもりの質量を M' とすると、図4に示す状態の運動方程式は

$$(M+M')F=M'g \quad (24)$$

となる。この両辺を時間に関して二重積分して整理すると

$$r=M'gt^2/2(M+M') \quad (25)$$

となる。ここで、上記の実験より得た台車の位置と時間のデータを数点とり、最小2乗法¹¹⁾を用いて $r=\alpha t^2$ の α の値を計算する。(25)式と $r=\alpha t^2$ を等しくおくことにより、台車の換算質量

$$M=M'g/2\alpha-M' \quad (26)$$

が得られる。本装置では、台車の位置と時間のデータを20点取り、得られた $\alpha=0.3267$ [m/sec²] とおもりの質量 $M'=0.5$ [kg], 重力加速度 $g=9.8$ [N/sec] を(26)式に代入すると台車の換算質量は約7.0 [kg] となった。

(b) 振子の粘性摩擦係数の導出

振子の粘性摩擦係数は直接には計測できないので、台車を固定して外力のない状態で振子を自由振動させ

て、そのときの振子の振れの減衰状況を観測し、そのデータから振子の粘性摩擦係数を計算する。

台車を固定 ($\dot{r}=0$) して外力のない状態 ($U=0$) で、振子を振れ角度 d_0 の状態から、自由振動させたときの運動方程式は、(18)式の外力の項を省くことによって

$$\ddot{\theta}+2\rho\dot{\theta}+\sigma\theta=0 \quad (27)$$

となる。ただし、 $\rho=-(m+M)D\theta P/2$, $\sigma=-(m+M)mhgP$ である。係数を計算すると不等式 $\rho<\sigma^{1/2}$ が成立し、(27)式は減衰振動を示す。その解析解は(27)式の微分方程式を解いて

$$\theta=d_0e^{-\rho t}\sin(\mu t) \quad (28)$$

となる。ただし、 $\mu=(\sigma-\rho^2)^{1/2}$ である。(28)式の $d_0e^{-\rho t}$ を関数 $d(t)$ とし

$$d(t)=d_0e^{-\rho t} \quad (29)$$

とおくと、(28)式は

$$\theta=d(t)\sin(\mu t) \quad (30)$$

と表される。

振子の自由振動の振れ角度を実測したものを図5に示す。周期 T_0 ごときの極大値 $d(1), d(2), d(3)\dots$ を読み取る。それぞれの比の値 $d(1)/d(2), d(2)/d(3)\dots$ は、(29)式より

$$d(1)/d(2)=d(2)/d(3)=\dots=e^{\rho T_0} \quad (31)$$

となり、(31)式其自然対数をとると

$$\ln(d(1)/d(2))=\ln(d(2)/d(3))=\dots=\rho T_0 \quad (32)$$

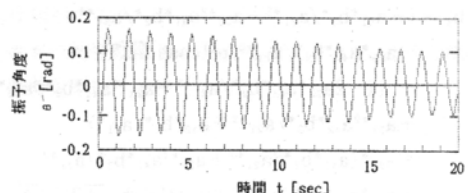


図5 振子の自由振動の実測値 (周期 $T_0=0.9$ [sec])

が得られる。よって、 ρ の値は

$$\rho = \ln(d(k)/d(k+1))/T_0 \quad (33)$$

となる。(27)式の第2項の係数 ρ の式にこの(33)式を代入すると、振子の粘性摩擦係数 D_θ の値は

$$\begin{aligned} D_\theta &= -2\rho / ((m+M)P) \\ &= -2\ln(d(k)/d(k+1)) / \{ (m+M) \\ &\quad / (m^2h^2 - (m+M)J) \} T_0 \end{aligned} \quad (34)$$

となる。

本装置に関しては、実測データから読み取った $T_0 = 0.9$ [sec], $d(k) = 0.29934$ [rad], $d(k+1) = 0.29244$ [rad]を(33)式に代入すると $\rho = 0.0233258$ となる。 ρ と T_0 の値および計測した $m = 0.13$ [kg], $M = 7$ [kg], $h = 0.33318$ [m], $J = 0.0151478$ [kgm²]を(34)式に代入することにより粘性摩擦係数 D_θ は $7.715E^{-4}$ [Nsec/m]となった。この値は小さいので、制御性能の立場からは $D_\theta = 0$ とおいてもよい。

4. 制御理論の適用

振り止め制御では、振子を静止させるのが目的であるから振子の目標角度は $\theta = 0$ [rad]であり、台車の目標位置をレールの中点とし、その地点を $r = 0$ [m]とする。制御目的を達成させるためには、制御対象の状態変数 X が原点に収束するように操作量を決定すればよい。この要求を満足させるための制御理論として、極配置レギュレータ¹²⁾と最小次元オブザーバ¹²⁾を採用する。その際の制御パラメータに関しては、制御目的が最も望ましく達成される値をあらかじめ計算機シミュレーションを行って探すことにする。

4.1 極配置レギュレータ

(22)式の操作量 $U(k)$ 、つまり台車に加わる力は

$$U(k) = KX(k) \quad (35)$$

で求める。 K はフィードバックゲインを表す。

フィードバックゲイン K は極配置レギュレータで求めるが、その考え方は閉ループ系 $(A+BK)$ の全ての極を任意に指定した値に一致させるように選ぶ。極配

置レギュレータによって計算したフィードバックゲイン K は

$$K = [g_1, g_2, g_3, g_4] [f_1, f_2, f_3, f_4]^{-1}, \quad (36)$$

$$f_i = (\lambda_i I - A)^{-1} B g_i, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (37)$$

である¹²⁾。ただし、 g_1, g_2, g_3, g_4 は、0以外の任意の相異なる値であり、ここでは $g_1 = 415, g_2 = 840, g_3 = 850, g_4 = 950$ とした。また、極配置レギュレータの制御パラメータである極の値 λ_i は設計者が指定する Z 平面の単位円内の任意の値で、その選定法は4.3節で述べる。

4.2 最小次元オブザーバ

(a) 状態の推定値

状態変数 X の4つの成分のうち直接観測できるのは、振子の振れ角度 θ と台車の位置 r の2つであるから、それぞれの速度 $\dot{\theta}, \dot{r}$ は推定しなければならない。そこで、観測値 $Y(\theta, r)$ と操作量 U を用いて、最小次元オブザーバにより状態変数の推定値 \hat{X} を得る。

最小次元オブザーバによって¹²⁾、推定値を求めると

$$\begin{aligned} \hat{X}(k) &= Z\omega(k) + HY(k) \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \omega(k) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \alpha_{11} & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & \alpha_{22} \end{bmatrix} Y(k), \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \omega(k+1) &= Q\omega(k) + RY(k) + SU(k) \\ &= \begin{bmatrix} a_{22} - \alpha_{11}a_{12} & 0 \\ a_{42} - \alpha_{22}a_{32} & 1 - \alpha_{22}T \end{bmatrix} \omega(k) \\ &+ \begin{bmatrix} \alpha_{11}(a_{22} - \alpha_{11}a_{12}) + a_{21} - \alpha_{11}a_{11} & 0 \\ \alpha_{11}(a_{42} - \alpha_{22}a_{32}) + a_{41} - \alpha_{22}a_{31} & -\alpha_{22}^2T \end{bmatrix} Y(k) \\ &+ \begin{bmatrix} -\alpha_{11}b_1 + b_2 \\ -\alpha_{22}b_3 + b_4 \end{bmatrix} U(k) \end{aligned} \quad (39)$$

となる。ただし、(38)、(39)式の行列の中の α_{11} と α_{22} は $\alpha_{11} = (a_{22} - \gamma_1)/a_{12}$ 、 $\alpha_{22} = (1 - \gamma_2)/T$ である。また、最小次元オブザーバのパラメータである極の値 γ_1, γ_2 は設計者が指定する任意の極の値で、 Z 平面の単位円内であつ極配置レギュレータの極 λ_i の値より原点に近い値とする。その具体的な選定法は4.3節で述べる。

操作量を決定する制御則の式は、(35)式中の実測できない状態値を含む $X(k)$ の代わりに状態の推定値 $\hat{X}(k)$ を用いた

$$U(k) = K\hat{X}(k) \quad (40)$$

を採用することになる。

(b) 状態の予測値

これまで操作量 U は瞬時に計算可能と仮定して、制御理論に観測値 Y が入力されると直ちに操作量 U が出力されると考えてきた。しかし、デジタル制御では操作量 U の演算時間のため、観測値 Y の入力と操作量 U の出力に時間のずれが生じる。この演算時間による遅れを解消することを考える。

(22)式を用いて推定値 $\hat{X}(k-1)$ から予測値 $\bar{X}(k) = A\hat{X}(k-1) + BU(k-1)$ を求め、この予測値 $\bar{X}(k)$ を(40)式中の推定値 $\hat{X}(k)$ の代わりに用いて、操作量

$$\begin{aligned} U(k) &= K\bar{X}(k) \\ &= K(A\hat{X}(k-1) + BU(k-1)) \end{aligned} \quad (41)$$

を計算する。

この k 段で用いる操作量 $U(k)$ の計算は、その前の $(k-1)$ 段に計算されるので操作量 U の演算時間による時間の遅れの問題は解消される。この様子を図6に示す。この図6では推定値 \hat{X} を用いた(40)式による制御と予測値 \bar{X} を用いた(41)式による制御のタイムチャートを示す。推定値 \hat{X} を用いた制御では、演算時間による遅れが見られるが、予測値 \bar{X} を用いた制御では、観測値 Y が入力すると操作量 U が出力されるのは同時であり、演算時間による遅れは生じない。

(c) オブザーバの初期値

(38), (39)式によって推定される状態の推定値 \hat{X} が、状態の真値 X と一致していると極配置レギュレータ理論で得られる操作量は初段から適切な値になる。したがって制御開始から推定値 \hat{X} と真値 X とが一致するように、あらかじめ最小次元オブザーバの初期値 $\omega(0)$ を求めておくとよい。

本制御では振子、台車とも静止した状態から台車を目標位置へ動かすので、振子と台車の初期状態はそれぞれ $\theta=0, \dot{\theta}=0, r=r_0, \dot{r}=0$ である。よって、 $X(0) = [0, 0, r_0, 0]^T$, $Y(0) = [0, r_0]^T$ である。このとき $\hat{X}(0) = X(0)$ とすると $\hat{X} = [0, 0, r_0, 0]^T$ であるから、最小次元オブザーバの初期値 $\omega(0)$ は(38)式に $\hat{X}(0)$, $Y(0)$ を代入して

$$\omega(0) = [0, -\alpha_{22}r_0]^T \quad (42)$$

となる。

4.3 制御パラメータの決定

4.1節で示した極配置レギュレータの極 λ_1 と4.2節で示した最小次元オブザーバの極 γ_1, γ_2 の値の決定について検討する。これらの制御パラメータは、絶対値が、1以下の任意の値に選べばアルゴリズムは一応収束するが、我々の要求に最も合った制御が行われるように決定することが望まれる。ここでは制御対象を表す(22), (23)式と4.1, 4.2節で示した(41), (38), (39)式を組み合わせると振子振れ止め制御の計算機シミュ

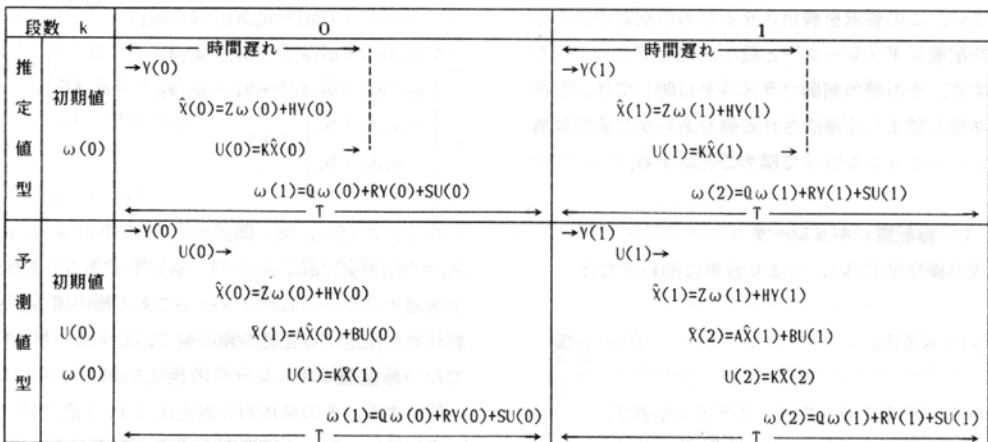


図6 制御理論部のタイムチャート

レーションを行い、その結果が我々の要求に最もうまく合ったときの制御パラメータの値を採用する。

状態の初期値が $X(0) = [0, 0, 0.2, 0]^T$ 、サンプル間隔が 0.04 [sec] の条件のもとで、制御パラメータの値をいろいろと変化させて計算機シミュレーションを行った。図7は制御パラメータが以下の値 $\lambda_1 = 0.8$ 、 $\lambda_2 = 0.81$ 、 $\lambda_3 = 0.82$ 、 $\lambda_4 = 0.83$ 、 $\gamma_1 = 0.7$ 、 $\gamma_2 = 0.7$ のときの計算機シミュレーションの結果を示す。この結果は制御開始後およそ 2.5 [sec] で状態変数 X が全て 0 に収束したことを示し、我々の要求を満たしている。よって、これらの値を制御パラメータの値として採用する。

計算機シミュレーションは、以上述べたような制御パラメータの決定に役立つのみならず、制御器のプログラムの誤りの検出にも有効である。

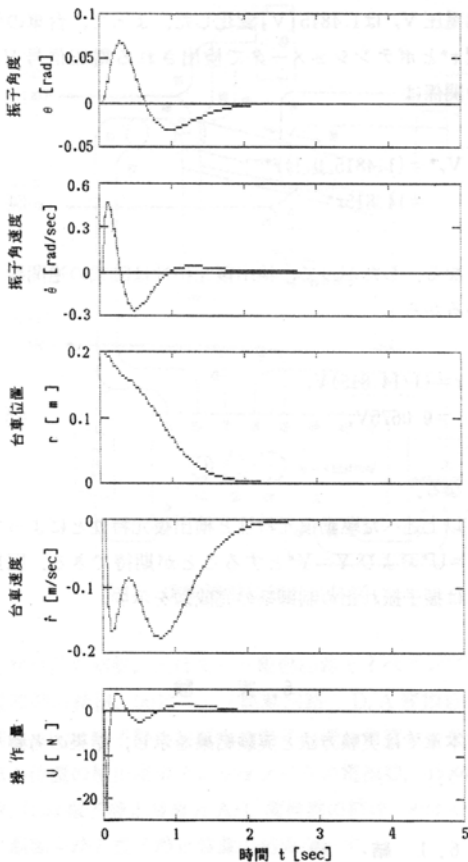


図7 制御パラメータ決定のための計算機シミュレーション(初期値 $X(0) = [0, 0, 0.2, 0]^T$; レギュレータの極 $0.8, 0.81, 0.82, 0.83$; オプザバの極 $0.7, 0.7$; サンプル間隔 0.04 [sec])

5. 駆動復元特性と検出復元特性

制御理論に従って求めた操作量 U が駆動装置による U^* として正確に制御対象に加わり、検出器で観測される振子の振れ角度と台車の位置の信号 $Y^*(\theta^*, r^*)$ が制御理論に取り込まれる信号 $Y(\theta, r)$ として正確に伝わる必要がある。このように信号が正確に伝わるよう駆動復元特性と検出復元特性を決定する。

5.1 駆動復元特性

駆動復元特性は、2.3節の(c)で述べたように駆動装置の特性の逆関数になるよう決めるとよい。駆動装置としてDCサーボモータを用いており、その特性は台車から振子を取り除いた状態で測定する。図8は、(a)の入力電圧 V_u を加えたときの台車の速度 \dot{r} (観測された台車の位置の差分) を(b)に示す。その入出力 ($V_u - \dot{r}$) の概形がほぼ一致していることから、入力電圧 V_u に対してほぼ比例した速度 \dot{r} が生じると考えられる。

よって

$$\dot{r} = (1/G') V_u \quad (43)$$

と仮定する。この G' の値は、図8の(a)に示す入力電圧 V_u と(b)に示す台車の速度 \dot{r} の値から決定する。 0.4 [sec] ~ 1.52 [sec] 間の速度の平均値 $\dot{r} = 0.13176$ [m/sec] と電圧の定常値 $V_u = 5.0$ [V] を図8から読みとり、これらの値を(43)式に代入すると、本装置の G' の値は 37.9478 [Vsec/m] となった。

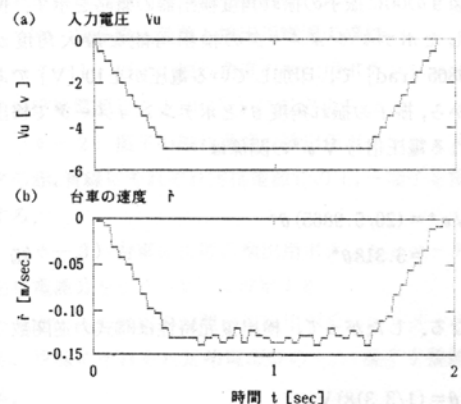


図8 駆動装置の特性把握

操作量 U は台車に加わる力であるから、駆動装置の特性は(43)式より

$$U = M\ddot{r} \\ = (M/G')\dot{V}_u \quad (44)$$

となる。したがって、駆動復元特性は(44)式の逆関数で

$$V_u = (G'/M)\int U dt \quad (45)$$

と表される。(45)式を離散時間表現すると

$$V_u = G \sum_{k=0}^n U(k) \quad (46)$$

となる。ただし、 $U(k)$ は離散時間 kT から $(k+1)T$ の間一定値を有する操作量で、定数 G は

$$G = G'T/M \quad (47)$$

となる。台車の換算質量 M は 7 [kg]、サンプル間隔 T は 0.04 [sec] であるから、 G の値は 0.2168 となる。以上の方法で数回にわたり G の値を求めてそれらの平均をとると、 G の値は約 0.2 となった。

5.2 検出復元特性

検出復元特性は、2.3節の(c)で述べたように検出器特性の逆関数に決まるとよい。検出器は振子の振れ角度と台車の位置の検出用ポテンシオメータ2個からなり、それぞれの検出復元特性を求める。

(a) 振子の振れ角度

図9の(a)に振子の振れ角度検出器の概略を示す。使用したポテンシオメータの検出可能な最大角度が 5.9865 [rad] で、印加している電圧が ± 10 [V] であるから、振子の振れ角度 θ^* とポテンシオメータで検出される電圧信号 V_{θ^*} の関係は

$$V_{\theta^*} = (20/5.9865)\theta^* \\ = 3.318\theta^* \quad (48)$$

となる。したがって、検出復元特性は(48)式の逆関数で

$$\theta = (1/3.318)V_{\theta} \\ = 0.29924V_{\theta} \quad (49)$$

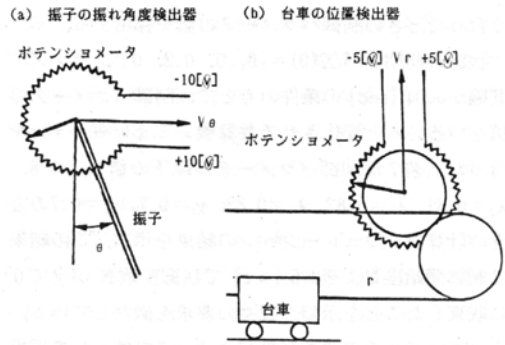


図9 検出器の概略

となる。

(b) 台車の位置

図9の(b)に台車の位置検出器の概略を示す。実測データから台車の位置 r^* が 0.1 [m] 移動したとき、検出電圧 V_r^* は 1.4815 [V] 変化した。よって、台車の位置 r^* とポテンシオメータで検出される電圧信号 V_r^* の関係は

$$V_r^* = (1.4815/0.1)r^* \\ = 14.815r^* \quad (50)$$

となる。したがって、検出復元特性は(50)式の逆関数であるから

$$r = (1/14.815)V_r \\ = 0.0675V_r \quad (51)$$

となる。

以上述べた駆動復元特性と検出復元特性とによって、 $U = U^*$ および $Y = Y^*$ とすることが期待できる。図10には振子振れ止め制御系の完成図を示す。

6. 実験

本章では実験方法と実験結果を示し、結果の考察を行う。

6.1 結 線

図11は実験機器の結線の全体図で、モータ駆動回路周辺の結線と振子静止装置の結線を示す。図12は各々の部分の詳細で、(a)はモータ駆動回路とモータ駆動用のパワーアンプの電源④の結線、(b)はモータ駆動回路

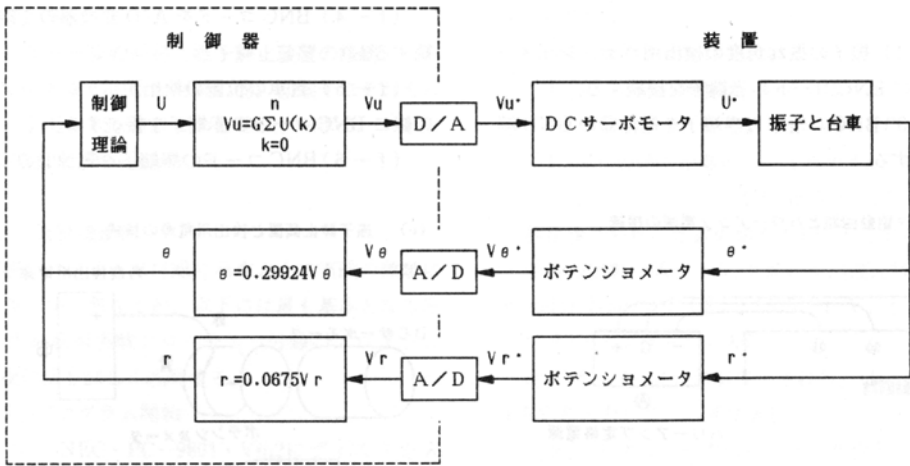


図10 振り振れ止め制御系の完成図

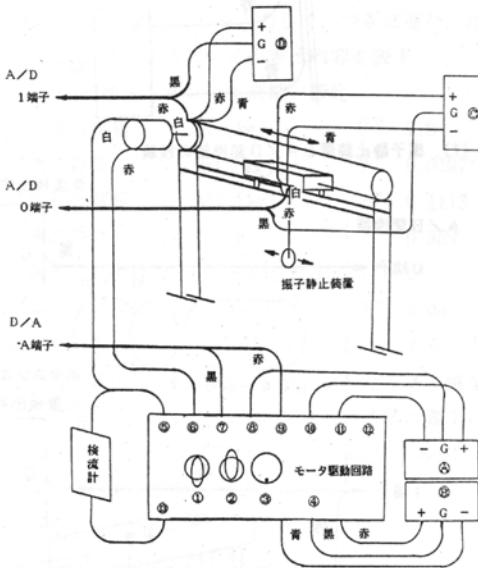


図11 実験機器結線の全体図

と検流計の結線, (c)はモータ駆動回路とオペアンプの電源⑥の結線, (d)はモータ駆動回路とD/A変換器の結線, (e)は振り静止装置中の振子の振れ角度および台車の位置の検出用ポテンシオメータの電源⑨, ⑩の結線, (f)は振り静止装置とA/D変換器の結線, (g)はモータ駆動回路と振り静止装置の結線を示す。

(a) モータ駆動回路とパワーアンプ電源の接続

(a-1) モータ駆動回路中のパワーアンプの定格電源④を±30 [V] に設定する。

(a-2) モータ駆動回路の⑩, ⑪, ⑧端子にそれぞれ

それぞれ定格電源④の+, -, GND端子を接続する。

(b) モータ駆動回路と検流計の接続

(b-1) モータ駆動回路の⑤, ⑬端子に検流計を接続する。

(c) モータ駆動回路とオペアンプ電源の接続

(c-1) モータ駆動回路中のオペアンプの定格電源⑥を±15 [V] に設定する。

(c-2) モータ駆動回路の④端子の赤, 青, 黒線にそれぞれ定格電源⑥の+, -, GND端子を接続する。

(d) モータ駆動回路とD/A変換器の接続

(d-1) BNCコードをD/A変換器のA端子に接続する。

(d-2) モータ駆動回路の⑦, ⑨端子にそれぞれBNCコードの黒, 赤端子を接続する。

(e) 振り静止装置と検出用電源の接続

(e-1) 振子の振れ角度の検出用ポテンシオメータの定格電源⑨を±10 [V] に設定する。

(e-2) 振子の振れ角度の検出用ポテンシオメータの赤, 青線にそれぞれ定格電源⑨の+, -端子を接続する。

(e-3) 台車の位置の検出用ポテンシオメータの定格電源⑩を±5 [V] に設定する。

(e-4) 台車の位置の検出用ポテンシオメータの赤, 青線にそれぞれ定格電源⑩の+, -端子を接続する。

(f) 振り静止装置とA/D変換器の接続

(f-1) BNCコードをA/D変換器の0端子に接

続する。

(f-2) 振子の振れ角度の検出用ポテンシオメータの白線に BNC コードの赤端子を接続する。

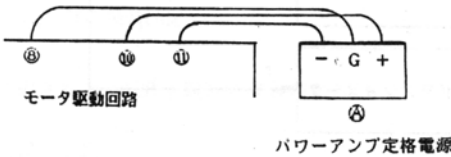
(f-3) BNC コードの黒端子を電源㉔の GND 端子に接続する。

(f-4) BNC コードを A/D 変換器の 1 端子に接続する。

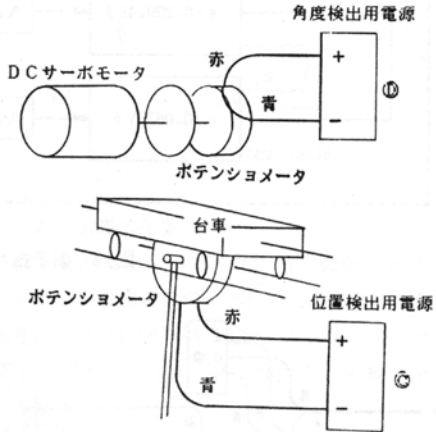
(f-5) 台車の位置の検出用ポテンシオメータの白線に BNC コードの赤端子を接続する。

(f-6) BNC コードの黒端子を電源㉔の GND 端子に接続する。

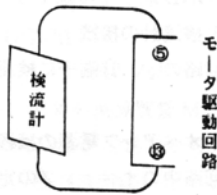
(a) モータ駆動回路とパワーアンプ電源の接続



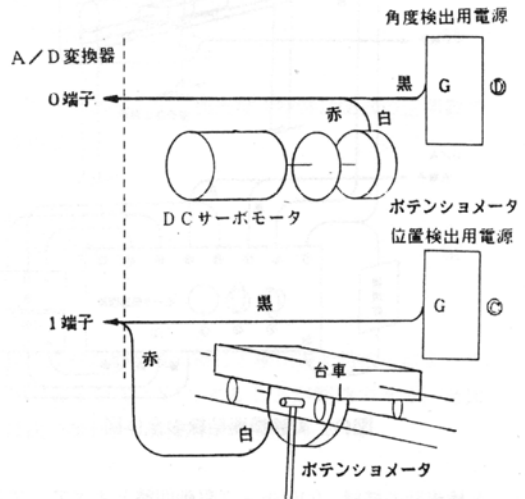
(e) 振子静止装置と検出用電源の接続



(b) モータ駆動回路と検流計の接続



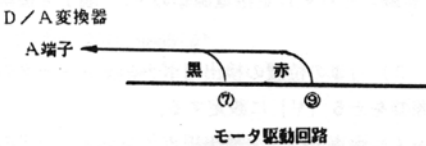
(f) 振子静止装置と A/D 変換器の接続



(c) モータ駆動回路とオペアンプ電源の接続



(d) モータ駆動回路と D/A 変換器の接続



(g) モータ駆動回路と振子静止装置の接続

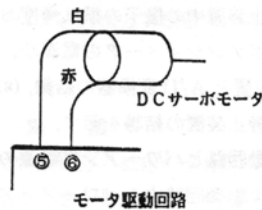


図12 実験機器結線の詳細図

子に接続する。

(g) モータ駆動回路と振子静止装置の接続

(g-1) モータ駆動回路の⑤, ⑥端子にそれぞれ振子静止装置に取り付けてある DC サーボモータの入力端子の白, 赤線を接続する。

6.2 計算機操作

計算機プログラムは付録に示すように実験の種類によって少しずつ異なるが, 以下には最も基本となる振子振れ止め制御実験プログラム (付録のプログラム A) の操作法を詳しく説明する。

[1] プログラム開始

パソコン NEC・PC-9801・Vm2 にディスクを入れ, ファイル名 USCL のプログラムを run させる。

[2] メニュー選択

“シミュレーションをおこないます”

[Ret] か [SpC] KEY を入力して, つぎに進む。ただし, “ ” はディスプレイの表示内容を表す。

[3] 物理量とサンプル周期の設定

“台車の質量 M [kg] ?” 7.0

“棒の質量 m1 [kg] ?” 0.0187

“重りの質量 M2 [kg] ?” 0.1113

“棒の長さ L [m] ?” 0.359

“振子の摩擦係数 D [Nsec/rad] ?” 0

“サンプル周期 T [sec] ?” 0.04

物理量の各値とサンプル周期を KEY 入力する。上記の右端の数値は, 6.3 節の実験を行ったときの値を例として挙げている。これらの物理量の各値は表 1 に示している。サンプル周期は, 0.04 [sec] である。

[4] 駆動復元特性の設定

“定数 G [Vsec/m] ”

“ E(S)=G/S * F(S) ?” 0.2

駆動復元特性の定数 G の値を KEY 入力する。定数 G の値は, 5.1 節の駆動復元特性の定数値 0.2 を用いる。

[5] 状態遷移式の表示

状態遷移式の行列の各値が表示される。[Ret] か [SpC] KEY を入力して, つぎに進む。

[6] オブザーバのパラメータ設定

“オブザーバの極を入力して下さい”

“ $\gamma_1 = ?$ ” 0.7

“ $\gamma_2 = ?$ ” 0.7

オブザーバの極の値を KEY 入力する。オブザーバの極の値は, 4.3 節の制御パラメータの値 $\gamma_1 = 0.7$,

$\gamma_2 = 0.7$ を用いる。

[7] 検出復元特性の設定

“1 [V] の時の角度は, いくらですか”

“ C1 [rad/V] = ?” 0.29924

“1 [V] の時の距離は, いくらですか”

“ C2 [m/V] = ?” 0.0675

検出復元特性の定数の値を KEY 入力する。検出復元特性の定数の値は, 5.2 節の検出復元特性の C1 = 0.29924 [rad/V], C2 = 0.0675 [m/V] を用いる。

[8] オブザーバの表示

オブザーバの式の値が表示される。[Ret] か [SpC] KEY を入力して, つぎに進む。

[9] レギュレータのパラメータ設定

“配置すべき極の値を入力して下さい”

“ $\lambda(1) = ?$ ” 0.8

“ $\lambda(2) = ?$ ” 0.81

“ $\lambda(3) = ?$ ” 0.82

“ $\lambda(4) = ?$ ” 0.83

レギュレータの極の値を KEY 入力する。レギュレータの極の値は, 4.3 節で決定した制御パラメータの値 $\lambda_1 = 0.8$, $\lambda_2 = 0.81$, $\lambda_3 = 0.82$, $\lambda_4 = 0.83$ を用いる。

[10] レギュレータの表示

状態フィードバックゲインの値が表示される。[Ret] か [SpC] KEY を入力して, つぎに進む。

[11] シミュレーションの制御段数の設定

“段数をいくつにしますか? (-1000)”

“ N = ? ” 125

希望する制御段数を KEY 入力する。

[12] シミュレーションの初期状態の設定

“X の初期値を入力して下さい”

“ X(1, 0) = ? ” 0

“ X(2, 0) = ? ” 0

“ X(3, 0) = ? ” 0.2

“ X(4, 0) = ? ” 0

状態の初期値を KEY 入力する。ただし, X(1, 0) は振子の振れ角度 θ^* , X(2, 0) は振子の角速度 $\dot{\theta}^*$, X(3, 0) は台車の位置 r^* , X(4, 0) は台車の速度 \dot{r}^* の初期値である。

[13] シミュレーショングラフの選択

シミュレーションの計算を終えると, グラフの番号を表示して, 見たいグラフの番号を聞いてくる。希望のグラフの番号を KEY 入力する。

[14] シミュレーショングラフの印刷
グラフが表示される。印刷するときは [SpC] KEY
をしないときは [Ret] KEY を入力する。

[15] シミュレーショングラフの再表示
グラフを見終わると
“もう一度グラフを見ますか？”
“ハイ…… [Ret] イイエ…… [SpC]”
と聞いてくるので、再度見るのなら [Ret] KEY を入
力し、再び [14] に、見ないのなら [SpC] KEY を入
力してつぎに進む。

[16] 実験準備開始
“終了しました。実験を行いますか？”
“ハイ…… [Ret] イイエ…… [SpC]”
実験を行うなら [Ret] KEY を入力し、終了するな
ら [SpC] KEY を入力する。

[17] 状態遷移式とオブザーバの再表示
状態遷移式の値、およびオブザーバの式の値を再度
見るかどうか聞いてくる。見るときは [SpC] KEY
を、見ないときは [Ret] KEY を入力する。

[18] A/D, D/A 変換器の選択
“1 AIO(旧) 2 CAD(新)”
“どちらの変換器を使用しますか？” 2
使用する A/D, D/A 変換器の番号を KEY 入力す
る。

[19] 零点調節
“駆動回路の電圧値の補正”
“電圧の 0 点の修正値 (-26)？” -26
駆動回路のバイアス電圧を取り除くための操作であ
り、-26 と KEY 入力する。

[20] 実験の制御段数の設定
“段数はいくつにしますか？ (-1000)” 125
希望する制御段数を KEY 入力する。

[21] 実験準備終了確認
“全ての準備が、終了したなら、”
“ [G] を押して下さい ” G
G を KEY 入力する。そして、図10のモータ駆動回路
の①のスイッチを ON に入れる。

[22] 実験開始
“実験を始めるなら、”
“ [S] を押して下さい ” S
S を KEY 入力する。ピーピーピーという発信音が
鳴ったあと実験が開始される。

[23] 実験グラフと終了の選択
実験が終了するとグラフの番号とプログラム終了の

番号を表示する。グラフを見るときは、希望のグラフ
の番号を KEY 入力する。プログラムを終了するとき
は、終了を示す番号を KEY 入力する。

[24] 実験グラフの印刷
希望のグラフの番号を KEY 入力したあと、実験と
シミュレーションのグラフが表示される。印刷すると
きは [SpC] KEY をしないときは [Ret] KEY を入力
し、再び [24] に戻る。

6.3 実験結果

振子振れ止め制御実験を行い、等速移動実験の結果
との対応、計算機シミュレーションとの比較、レギュ
レータの極と外乱除去特性の検討、振子長の同定を伴
う制御の検討を行う。

(a) 制御目的の達成

図13(c)に示した入力電圧をかけて、台車を等速で
目標位置まで移動したときの振子の振れ角度(a)と台車
の位置(b)の経時変化を示す(付録のプログラム B 使
用)。

図14は 4.3 節で決定されたパラメータの値を用い
た制御実験の結果を示す。図14の(a), (b), (c)は、それ
ぞれ振子の振れ角度 θ 、台車の位置 r 、入力電圧 V_u の
経時変化を表している(付録のプログラム A 使用)。

図13と図14のグラフを比較する。等速移動実験の図

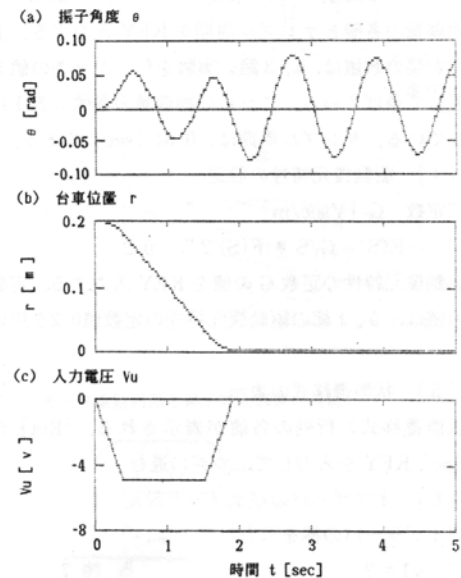


図13 台車等速移動実験 (初期値 $X(0) = [0, 0, 0.2, 0]^T$; サンプル間隔 0.04 [sec])

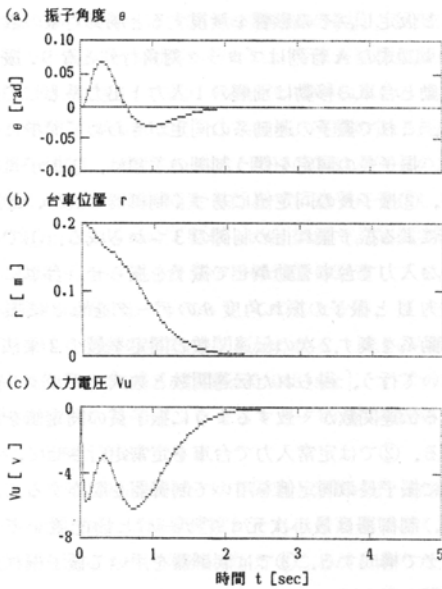


図14 振子振れ止め制御実験 (初期値 $X(0) = [0, 0, 0.2, 0]^T$; レギュレータの極0.8, 0.81, 0.82, 0.83; オブザーバの極0.7, 0.7; サンプル間隔0.04 [sec])

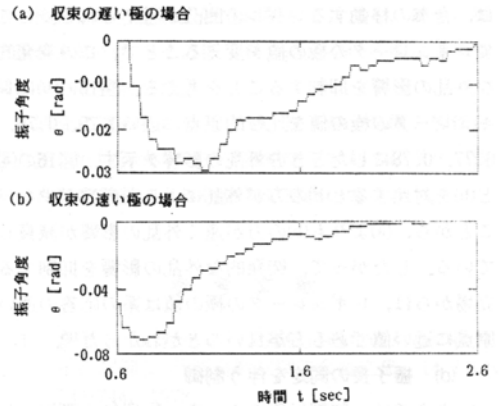


図16 レギュレータの極と外乱特性 ((a)レギュレータの極0.8, 0.81, 0.82, 0.83; (b)レギュレータの極0.75, 0.76, 0.77, 0.78)

13を見ると、振子の振れ角度 θ は台車が目標位置に到達しても振動しているのに、振子振れ止め制御実験の図14では、台車が目標位置に到達した時点で振子の振れは静止している。このことから振子振れ止め制御実験では良好な制御性能が得られ、当初の制御目的を達成したと言える。

(b) 実験とシミュレーションの比較

図15は、振子振れ止め制御実験の結果と計算機シミュレーションの結果を重ねて表示する。図15の(a), (b), (c)は、それぞれ振子の振れ角度 θ 、台車の位置 r 、操作量 U の経時変化を表している。両結果を比較すると、ほぼ一致している。この理論と実験の一致により、3章で行った制御対象の把握がうまく出来ていたと言える。

しかし細かな点を見ると、制御実験の図15の(a)が示すように振子の振れ角度 θ が、0からわずかにはずれた値に収束している。これは振子の固定軸の固体摩擦があるため、おもりが真下にくる途中でひっかかっているものと考えられる。また、そのために図15の(b)が示すように台車の位置 r についても微小のバイアスを残している。

(c) レギュレータの極による外乱除去

図14を詳しく見てみると(a)の振子の振れ角度 θ の経時変化において、振子が静止する少し前にシミュレーションでは見られない振動が実験では見受けられる。図16の(a)は、図14の(a)で外乱の影響が顕著な部分を拡大したものを示す。その箇所以外ではシミュレーション結果と実験結果が一致することから、この振動

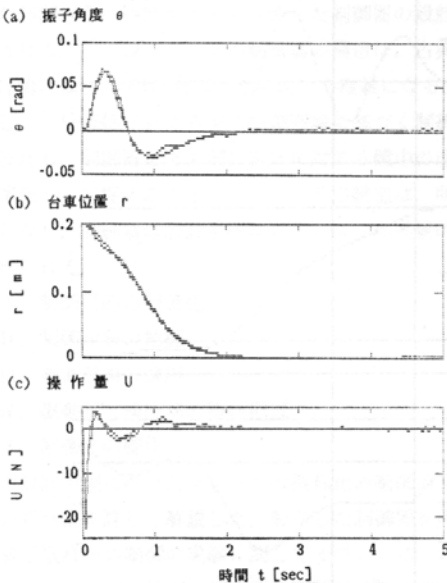


図15 振子振れ止め制御実験とシミュレーション (初期値 $X(0) = [0, 0, 0.2, 0]^T$; レギュレータの極0.8, 0.81, 0.82, 0.83; オブザーバの極0.7, 0.7; サンプル間隔0.04 [sec])

は突発的な外乱によるものと考え、その原因としては、台車の移動するレールの凹凸が考えられる。ここでレギュレータの極の値を変えることで、この突発的な外乱の影響を抑制することを考える。図16の(b)にレギュレータの極の値を比較の原点に近い0.75, 0.76, 0.77, 0.78にしたときの外乱の影響を示す。図16の(a)と(b)を対比すると(b)の方が外乱による振動数が少ないことから、(a)よりも(b)の方が速く外乱の影響が減衰している。したがって、突発的な外乱の影響を抑制する立場からは、レギュレータの極の値は系の応答の速い原点に近い値である方が良いことがわかった¹³⁾。

(d) 振子長の同定を伴う制御

いままでは、制御対象のすべての物理量は既知としてきたが、現実には制御開始前にすべての値がわかるとは限らない。ここでは振子長が未知のときの振子振れ止め制御問題¹⁴⁾を考える。ただし、ここでの振子長は実体振子の長さ l ではなく、その振子の相当単振子の長さ J/mh である。

振子の質量 m は台車の換算質量 M に比べて非常に小さく、振子の振れ角度 θ も微小である。そのため振

子の振動が台車の移動に与える影響を微々たるものであると仮定し、その影響を無視すると制御対象の数式モデル(2)式の A 行列はブロック対角行列となり、振子の振動と台車の移動は別個の 1 入力 1 出力系として扱える。これで振子の運動系の同定がきわめて簡単に行える。振子長の同定を伴う制御の手順は、①振子長の同定、②振子長の同定値に基づく制御器の製作、③制御器による振子振れ止め制御の 3 つから成る。①では適当な入力で台車を動かして振子を振らせ、台車に与えた力 U と振子の振れ角度 θ のデータをもとに振子の運動系を表す 2 次の伝達関数の同定を最小 2 乗法¹¹⁾ を用いて行う。得られた伝達関数と数式モデルより得られる伝達関数が一致するように振子長の同定値を決定する。②では定常入力で台車を定常走行させて、その間に振子長の同定値を用いて制御器を製作する。ただし、制御器は最小次元オブザーバと極配置レギュレータで構成する。③では制御器を用いて振子振れ止め制御を行う¹⁴⁾。

図17の(a)は、振子長の同定を伴う制御実験の振子の振れ角度 θ 、台車の位置 r と入力電圧 V_u の経時変化を

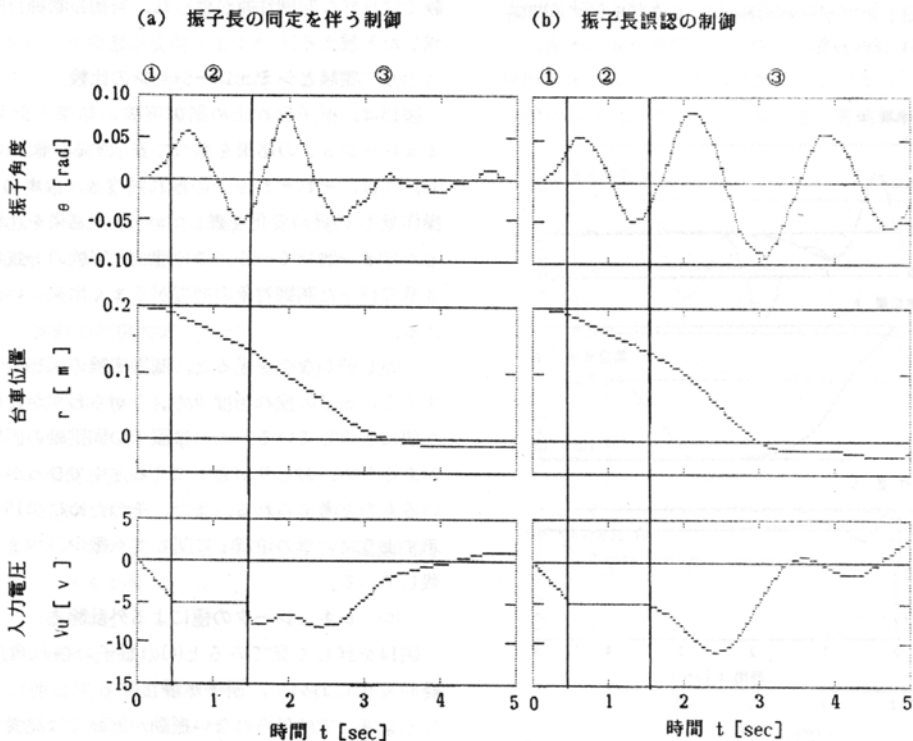


図17 振り角度の同定を伴う振り止め制御と振り角度誤認の制御 ((a)振り角度の真値0.35[m], 振り角度の同定値0.36[m]; (b)振り角度の予想値0.175[m]; レギュレータの極0.8, 0.81, 0.82, 0.83; オブザーバの極0.7, 0.7; サンプル間隔0.048[sec])

示す(付録のプログラムC使用)。区間①では振子長の同定、②の定常走行区間では制御器の製作、区間③では振子の振れ止め制御が行われ、台車が目標位置に到達した時点で振子の振れが静止している。このときの振子長の同定値は0.36[m]であり、実際の振子長の値0.35[m]に近い値であった。図17の(b)は、(a)との対比のために、振子長の同定を行わずに適当に予想した値0.175[m]に基づいて製作した制御器で、制御実験を行った結果を示す。台車が目標位置に到達しても、振子の振れは静止していない。このことから、振子長の同定を伴う制御の有効なことがわかる。以上の実験の設定条件は、サンプル間隔が0.048[sec]、オブザーバの極の値が0.7, 0.7, レギュレータの極の値が0.8, 0.81, 0.82, 0.83である。

ここでは、時間帯を分けて同定と制御を行ったが、この方法によれば演算速度がそれほど高速でなくても、制御系の同定を伴う制御が行えることがわかった。

7. むすび

クレーンの振れ止め制御に関して検討した。制御対象に関する制御要求を最適に達成するという考え方に基づく現代制御理論を用いた制御では、制御要求に応じた制御対象の特性を十分に反映した制御器の設計が望まれる。したがって、その制御器の構造は、古典制御理論に基づくPID制御器等に比して複雑になる。しかし、一見繁雑に見える現代制御理論に基づく制御器の設計も、制御器を実装置の実体に対する鏡中の虚像の関係として捉えることによって、その構造は、明らかとなり、制御器の設計手順は以下のように系統的に整理される。

- I. 制御目的の明確化
- II. 制御対象の把握
- III. 制御理論の適用
- IV. 駆動部と検出部の特性把握
- V. 制御器の製作

この設計手順に従ったクレーンの振れ止め制御の制御器の設計法を詳しく解説した。製作した制御器を用いた振子振れ止め制御の実験に関して4つの点について検討した。まず、最初に等速移動実験と比較することにより、振子振れ止め制御実験では台車が目標位置に到達した時点で振子の振れは静止し、当初の制御目的が達成されたことを示した。つぎに振子振れ止め制御実験結果が理論上の計算機シミュレーション結果とよ

く一致することを確認した。更にレギュレータ理論の中の極の値と外乱除去特性に関して言及し、最後に振子長が未知のときその振子長の同定を伴う振れ止め制御について検討した。

本研究に進めるに当たって、振子静止装置の製作に協力頂いた佐賀大学理工学部電気工学科卒業生(現在 古野電気)の久保田修君に感謝の意を表す。

参 考 文 献

- 1) 森下：「走行クレーン運転自動化のための振れ止め制御」, 計測自動制御学会論文集, 14(6), 739-744, 1978.
- 2) 美多・金井：「トロリーの最大速度に注目したクレーンの最適運転法」, 計測自動制御学会論文集, 15(6), 833-838, 1979.
- 3) 藤藤・孫・坂和：「コンテナ・クレーンの振れ止め制御」, 計測自動制御学会論文集, 19(5), 430-432, 1985.
- 4) 大平・久村：「可変ロープ長振子の振動制御」, 計測自動制御学会論文集, 19(9), 759-761, 1985.
- 5) 橋本・坂和：「旋回式クレーンの最適制御」, 計測自動制御学会論文集, 988-989, 1985.
- 6) 土屋・伊藤：「施回クレーンの荷物の振れ止め制御」, 計測と制御, 13(10), 797-805, 1974.
- 7) 山崎・伊藤・久村：「ジブ形クレーンの制御に関する考察」, 計測自動制御学会論文集, 15(6), 826-832, 1979.
- 8) 中村・田原：「重り変動倒立振子のハイブリッド適応制御系の設計」, 電気学会論文集, 1987.
- 9) 吉川：「ロボット・マニピュレータ」, コロナ社, 1985.
- 10) 柏木・上野・岩井・小畑・中村：「自動制御」, 朝倉書店, 1984.
- 11) 木村：「デジタル信号処理と制御」, 昭晃堂, 1985.
- 12) 伊藤・木村・細江：「線形制御系の設計理論」, 計測自動制御学会, 1978.
- 13) 中村・渡辺：「外乱特性に基づくレギュレータの極の選定」, 計測自動制御学会九州支部学術講演会予稿集, 1987.
- 14) 中村・渡辺：「振子長の同定を伴う振子の振れ止め制御」, 電気関係学会九州支部連合大会論文集, 1987.

付録：計算機プログラム

6章の実験の計算機プログラムリストを示す。内容は、A. 振子振れ止め制御実験, B. 等速移動実験, C. 振子長の同定を伴う制御実験である。